

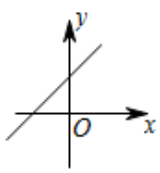
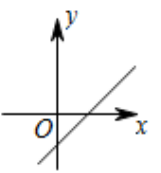
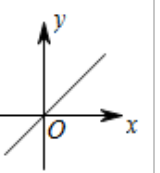
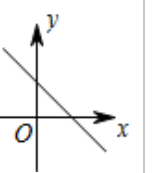
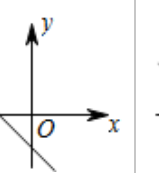
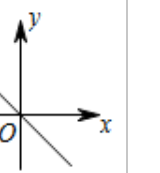
反比例函数（加油站）

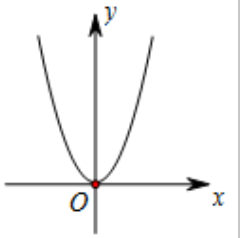
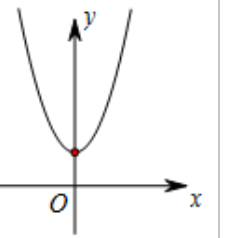
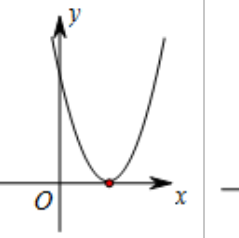
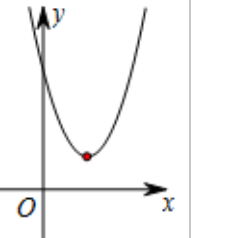


知识储备

想要课堂效率高，知识储备很重要



一次函数	$y = kx + b (k \neq 0)$					
k, b 符号	_____			_____		
	_____	$b < 0$	$b = 0$	$b > 0$	_____	$b = 0$
图象						
象限	一定经过第_____象限			一定经过第_____象限		
函数变化规律	y 随 x 的增大而_____			y 随 x 的增大而_____		

二次函数	_____	_____	_____	_____
图象				
对称轴	_____	_____	_____	_____
顶点	_____	_____	_____	_____
函数最小值	_____	_____	_____	_____
函数变化规律	当 $x < 0$ 时， y 随 x 的_____ 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的_____		当 $x < h$ 时， y 随 x 的_____ 当 $x > h$ 时， y 随 x 的_____	



一、反比例函数的定义

 线索	 笔记
定义	一般地，形如 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$)的函数，叫做反比例函数。 其中 x 是自变量， y 是函数，自变量 x 的取值范围是不等于0的一切实数。
表达式	反比例函数三种表达式： ① $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)；② $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$)；③ $xy = k$ ($k \neq 0$)。 自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$ ，函数值 $y \neq 0$ 。
成反比例关系	成反比例关系不一定是反比例函数 如 y 与 x^2 成反比例，则 $y = \frac{k}{x^2}$ ($k \neq 0$)； 若 $y + 3$ 与 $x - 1$ 成反比例，则 $y + 3 = \frac{k}{x - 1}$ ($k \neq 0$)。
 总结	

1. 下列函数中， y 是 x 的反比例函数的是（ ）.

A. $y = 5x$

B. $\frac{y}{x} = 1$

C. $xy = 123$

D. $y = \frac{1}{x^2}$

2. 下列关于 x 的函数中：① $y = \frac{2}{x}$ ；② $y = \frac{-4}{3x}$ ；③ $y = \frac{k}{x}$ ；④ $y = \frac{m^2 + 2}{x}$ 中一定是反比例函数的有（ ）.

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

3. 如果 y 是 m 的反比例函数， m 是 x 的正比例函数，那么 y 是 x 的（ ）.

A. 反比例函数

B. 正比例函数

C. 一次函数

D. 反比例或正比例函数

4. 已知 $y - 2$ 与 $2x + 1$ 成反比例，并且当 $x = 2$ 时， $y = 3$. 求 y 与 x 的函数关系式.

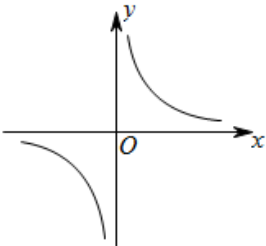
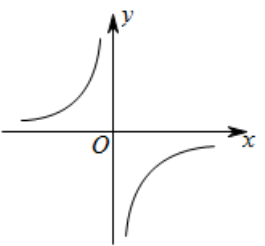
5. 已知 $y = (m^2 + 2m)x^{m^2+m-1}$ 是关于 x 的反比例函数，则 m 的值为 _____ .

二、反比例函数的图象与性质

1. 反比例函数图象

线索	笔记																																	
列表 描点、连线 观察可得	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>x</td><td>$\dots$</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>$\dots$</td></tr> <tr> <td>$y=\frac{6}{x}$</td><td>$\dots$</td><td>$-\frac{3}{2}$</td><td>-2</td><td>-3</td><td>-6</td><td>6</td><td>3</td><td>2</td><td>$\frac{3}{2}$</td><td>$\dots$</td></tr> <tr> <td>$y=-\frac{x}{2}$</td><td>$\dots$</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td><td>12</td><td>-12</td><td>-6</td><td>-4</td><td>-3</td><td>$\dots$</td></tr> </tbody> </table>	x	$\dots$	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	$\dots$	$y=\frac{6}{x}$	$\dots$	$-\frac{3}{2}$	-2	-3	-6	6	3	2	$\frac{3}{2}$	$\dots$	$y=-\frac{x}{2}$	$\dots$	3	4	6	12	-12	-6	-4	-3	$\dots$
x	$\dots$	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	$\dots$																								
$y=\frac{6}{x}$	$\dots$	$-\frac{3}{2}$	-2	-3	-6	6	3	2	$\frac{3}{2}$	$\dots$																								
$y=-\frac{x}{2}$	$\dots$	3	4	6	12	-12	-6	-4	-3	$\dots$																								
总结																																		

2. 反比例函数的图象和性质

🔍 线索	📖 笔记	
反比例函数	$y = \frac{k}{x} \ (k \neq 0)$	
k 的符号	$k > 0$	$k < 0$
图象		
图象特征	双曲线两分支分别位于第一、三象限	双曲线两分支分别位于第二、四象限
函数增减性	每一个象限内, y 随 x 的增大而减小	每一个象限内, y 随 x 的增大而增大
📝 总结 ① 反比例函数的增减性不是连续的, 在描述其增减性时, 一定要加上 “<u> </u>” . ② 已知自变量的大小, 比较函数值的大小, 不能笼统的利用 “$k > 0$, y随x的增大而减小” , 而是先<u> </u>; 只有<u> </u>时才能利用增减性比较函数值大小 .		

▮ 反比例函数性质

- 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象在第二、四象限内, 则点 $(m, -1)$ 在().
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象位于().
A. 第一、第二象限 B. 第一、第三象限 C. 第二、第三象限 D. 第二、第四象限
- 若反比例函数 $y = (2m - 1)x^{m^2-2}$ 的图象在第二、四象限, 则 m 的值是().
A. -1或1 B. 小于 $\frac{1}{2}$ 的任意实数 C. -1 D. 不能确定
- 反比例函数 $y = \frac{k^2 + 1}{x}$ 图象上有三个点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) , 其中, $x_1 < x_2 < 0 < x_3$, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是().
A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

10. 若点 $A(-1, y_1)$, $B(1, y_2)$, $C(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 () .

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_3 < y_1$ C. $y_3 < y_2 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < y_3$

11. 点 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 当 $x_1 < x_2 < 0$ 时, $y_1 < y_2$, 则 k 的取值可以是 _____ (只填一个符合条件的 k 的值) .

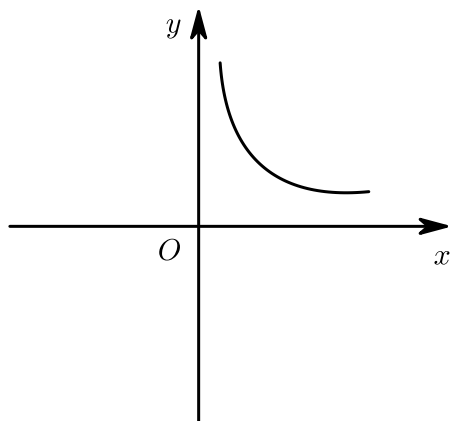
12. 已知: 反比例函数 $y = \frac{10}{x}$, 当 $1 < x < 2$ 时, y 的取值范围是 () .

- A. $0 < y < 5$ B. $1 < y < 2$ C. $5 < y < 10$ D. $y > 10$

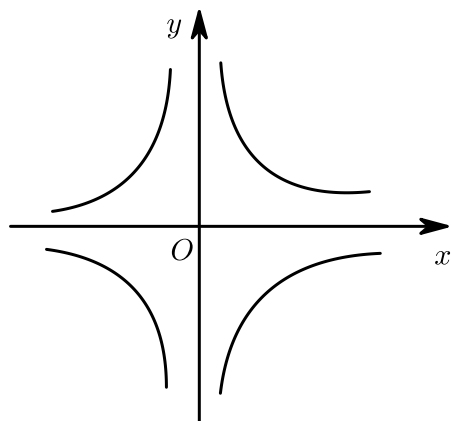
13. 如果反比例函数 $y = \frac{m-2}{x}$, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, 那么 m 的值可能是 _____ (写出一个即可) .

14. 函数 $y = \frac{k}{|x|}$ ($k > 0$) 的图象可能是 () .

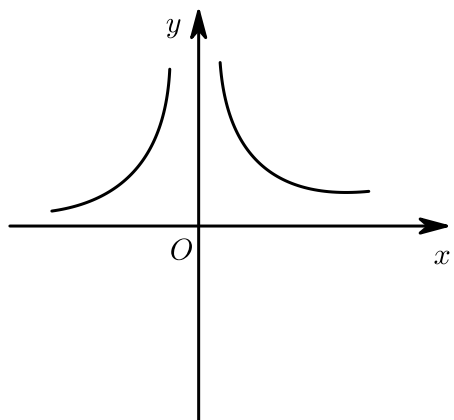
A.



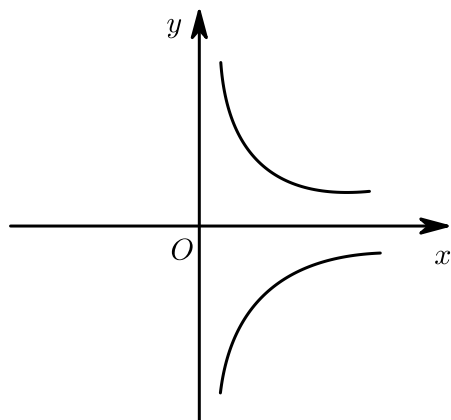
B.



C.



D.



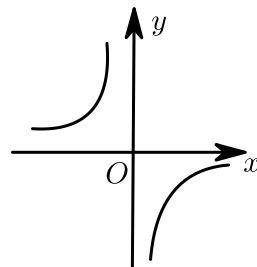
15. 关于反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$, 下列说法正确的是 () .

- A. 函数图象经过点 $(2, 2)$ B. 函数图象位于第一、三象限
C. 当 $x > 0$ 时, 函数值 y 随着 x 的增大而增大 D. 当 $x > 1$ 时, $y < -4$.

16. 已知函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象如图，以下结论：

- ① $m < 0$.
- ② 在每个分支上 y 随 x 的增大而增大 .
- ③ 若点 $A(-1, a)$ 、点 $B(2, b)$ 在图象上，则 $a < b$.
- ④ 若点 $P(x, y)$ 在图象上，则点 $P_1(-x, -y)$ 也在图象上 .

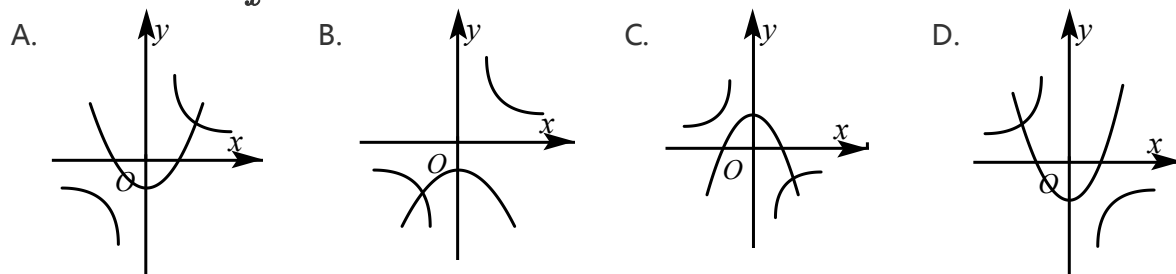
其中正确的个数是 () .



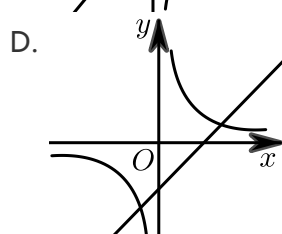
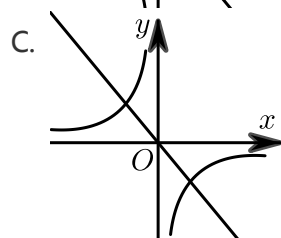
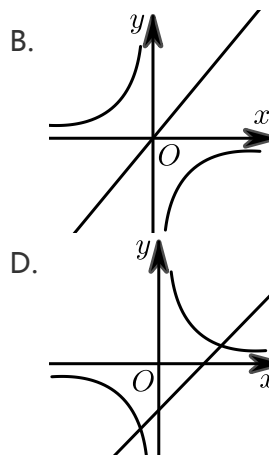
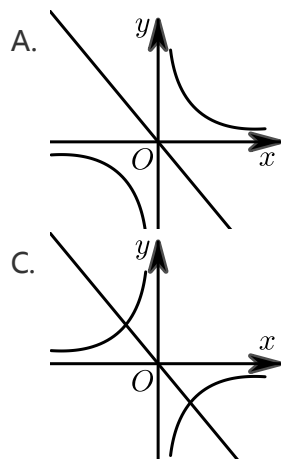
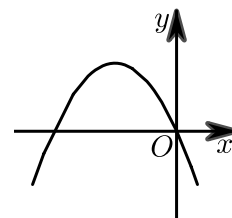
- A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

反比例函数图象

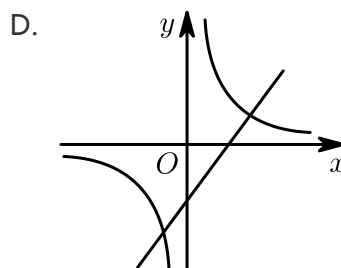
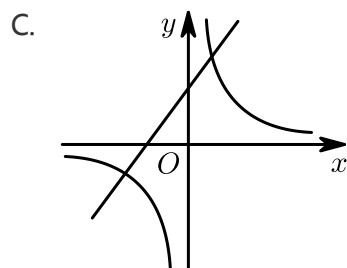
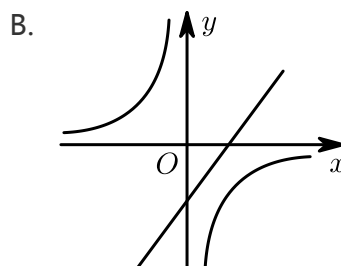
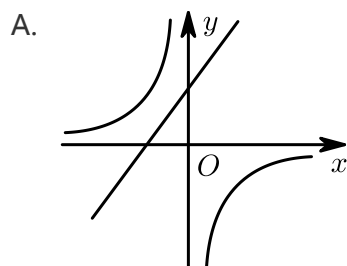
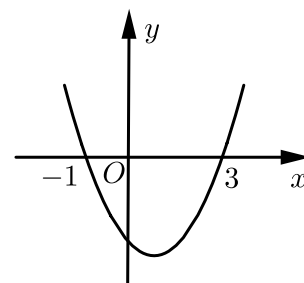
17. $a \neq 0$ ，函数 $y = \frac{a}{x}$ 与 $y = -ax^2 + a$ 在同一直角坐标系中的大致图象可能是 () .



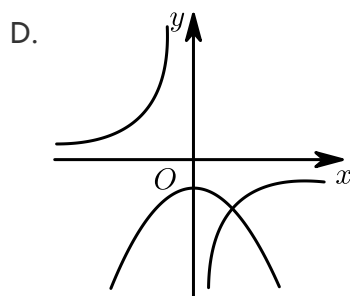
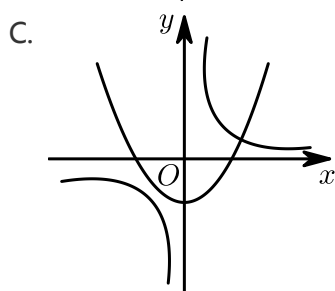
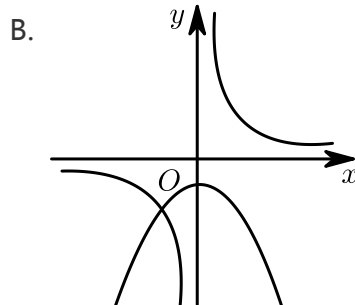
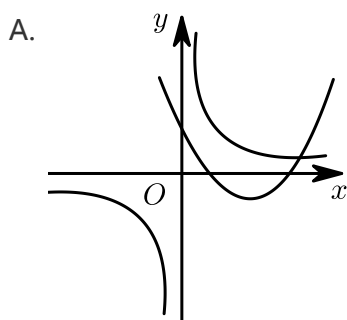
18. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，那么一次函数 $y = bx + c$ 和反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图象大致是（ ）。



19. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，则一次函数 $y = ax + b$ 与反比例函数 $y = \frac{c}{x}$ 在同一平面直角坐标系内的图象大致为（ ）。



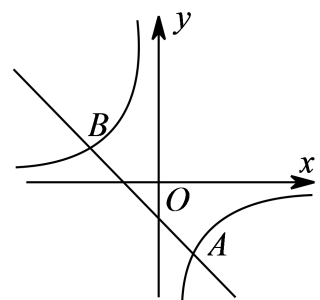
20. 函数 $y = mx^2 + m$ 与 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ ，在同一坐标系中的图象可能是（ ）.



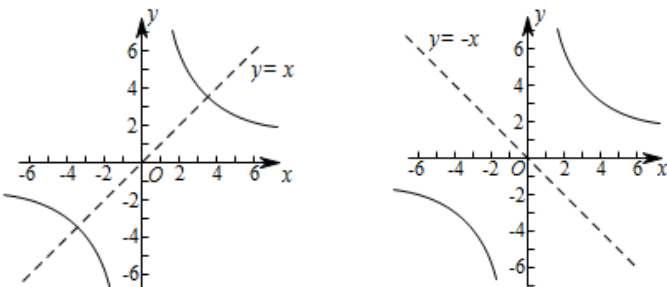
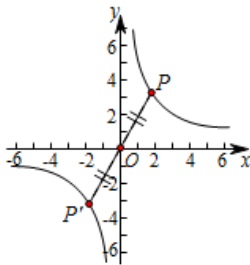
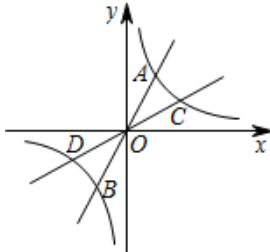
三、反比例函数的解析式

 线索	 笔记
1、待定系数法求反比例函数解析式	反比例函数的解析式 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 中，只有一个待定系数 k ， k 的值确定，反比例函数的解析式也就确定了，因而只需给出一对 x, y 的对应值或确定反比例函数图象上一个点的坐标 (x, y) ， $k = xy$ 即可。
2、反比例函数解析式与图象——对应的	满足函数关系式 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的点 (x, y) 在其对应的图象上。反之，函数图象上的点的坐标 (x, y) 满足函数关系式 $y = \frac{k}{x}$ 。
3、反比例函数图象上点的坐标	已知 P 点在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 上，若 P 点横坐标为 m ，则 P 点纵坐标为 $\frac{k}{m}$ ； 已知 Q 点在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 上，若 Q 点纵坐标为 t ，则 Q 点横坐标为 $\frac{k}{t}$ 。
 总结	

21. 反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 的图象经过点 $(2, 4)$ ，则 k 的值等于_____。
22. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 $P(-2, 3)$ ，则该函数的图象不经过的点是()。
- A. $(3, -2)$ B. $(1, -6)$ C. $(-1, 6)$ D. $(-1, -6)$
23. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 $(-1, 2)$ ，则这个函数的图象一定经过点()。
- A. $(2, -1)$ B. $(-\frac{1}{2}, 2)$ C. $(-2, -1)$ D. $(\frac{1}{2}, 2)$
24. 若点 $A(a, b)$ 在双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上，则代数式 $ab - 4$ 的值为()。
- A. -12 B. -7 C. -1 D. 1
25. 在平面直角坐标系 xOy 中，第一象限内的点 P 在反比例函数的图象上，如果点 P 的纵坐标是 3 ， $OP = 5$ ，那么该函数的表达式为()。
- A. $y = \frac{12}{x}$ B. $y = -\frac{12}{x}$ C. $y = \frac{15}{x}$ D. $y = -\frac{15}{x}$
26. 已知 y 是 x 的反比例函数，并且当 $x = 2$ 时， $y = 6$ 。
- (1) 求 y 关于 x 的函数解析式。
- (2) 当 $x = 4$ 时，求 y 的值。
27. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = kx + b (k \neq 0)$ 与双曲线 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 交于点 $A(1, -2)$ 和点 $B(n, 1)$ 。求直线与双曲线的表达式。



四、反比例函数的对称性

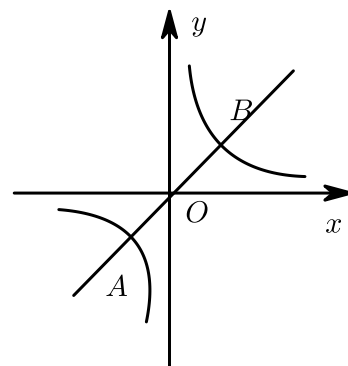
 线索	 笔记
轴对称	反比例函数图象是轴对称图形，关于直线$y = x$和$y = -x$成轴对称。 
中心对称	反比例函数是中心对称图形，双曲线的两支图象关于原点成中心对称。 如图：$OP = OP'$，若已知点$P(x, y)$，则可得$P'(-x, -y)$。  由于正比例函数和反比例函数都是关于原点中心对称的函数，若这两个函数有交点，则这两交点一定关于原点成中心对称。  如图，A、B两点关于原点对称，C、D两点也是关于原点对称。
 总结 反比例函数的图象既是轴对称图形，又是中心对称图形。	

28. 对于反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$ 图象对称性的叙述错误的是() .

- A. 关于原点对称
B. 关于直线 $y = x$ 对称
C. 关于直线 $y = -x$ 对称
D. 关于 x 轴对称

29. 在同一坐标系内, 反比例函数 $y = \frac{k+1}{x}$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k-3}{x}$ 的图象(k 为常数)具有以下对称性: 既关于 x 轴, 又关于 y 轴成轴对称, 那么 k 的值是 _____ .

30. 如图, 直线 $y = ax(a > 0)$ 与曲线 $y = \frac{3}{x}$ 交于点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$, 则 $4x_1y_2 - 3x_2y_1$ 的值是 _____ .



对答如流——口述题

1. 反比例函数的表达式为① _____ ; ② _____ ; ③ _____ .

2. 反比例函数与成反比例关系有什么区别? 举个例子 .

3. 反比例函数的图像为 _____ ,

_____ 时, 双曲线两分支分别位于第一、三象限, _____ 内, y 随 x 的增大而 _____

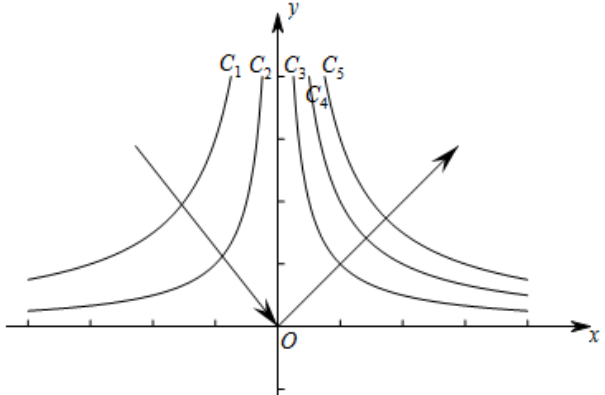
_____ 时, 双曲线两分支分别位于第二、四象限, _____ 内, y 随 x 的增大而 _____

4. 反比例函数的对称性为: _____ 图形, 中 _____ 图形 .

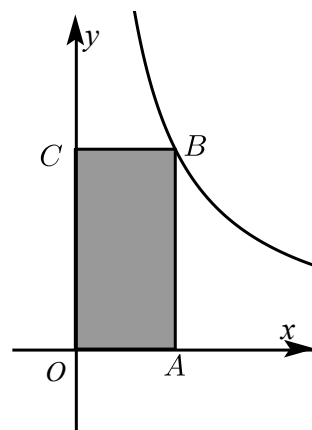
五、反比例函数中 k 的几何意义



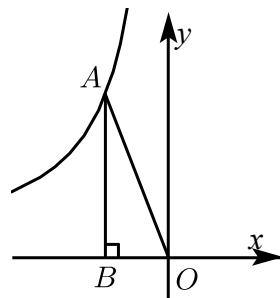
线索	笔记
k的几何意义	过双曲线上任一点向两坐标轴作垂线，垂线段与坐标轴所围成矩形的面积为k。 $S_{\text{四边形}DOCA} = S_{\text{四边形}EBOF} = k .$
	过双曲线上任一点向坐标轴作一条垂线，并连接此点和原点，这两条线段与坐标轴所围成三角形的面积为$\frac{ k }{2}$。 $S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOE} = S_{\triangle COF} = S_{\triangle AOG} = S_{\triangle BOM} = S_{\triangle CON} = \frac{ k }{2}.$
总结 利用反比例函数的解析式求矩形或三角形面积时应该加上绝对值符号； 反过来通过矩形或是三角形面积求函数解析式时要根据函数图象经过的象限确定k的正负。	

🔍 线索	📝 笔记
注意	在同一直角坐标系中，随着k的增大，反比例函数$y = \frac{k}{x}$图象的位置相对于坐标原点越来越远。
	
✍️ 总结 沿着箭头所指的方向k值越来越大。	

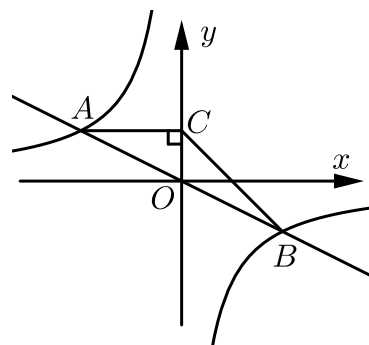
31. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， B 是反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 图象上的一点，则矩形 $OABC$ 的面积为 () .



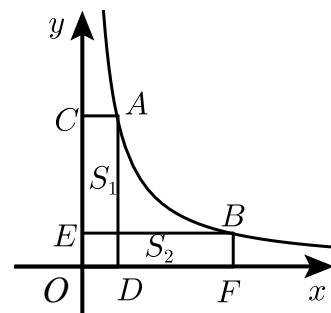
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
32. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 在第二象限的图象上有一点 A ，过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B ，则 $S_{\triangle AOB} = \underline{\hspace{2cm}}$.



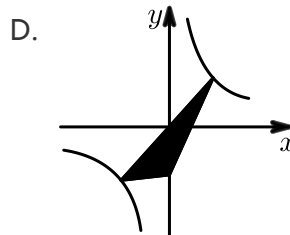
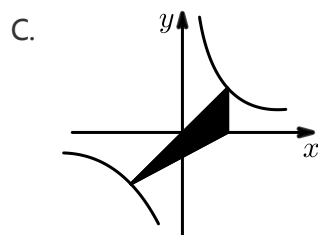
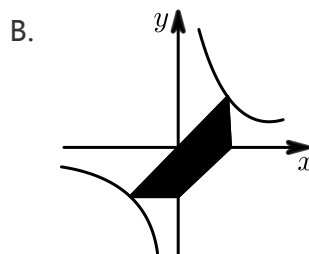
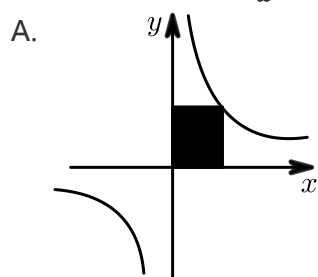
33. 如图，直线 AB 经过原点 O ，与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 交于 A 、 B 两点， $AC \perp y$ 轴于点 C ，且 $\triangle ABC$ 的面积是8，则 k 的值是 _____ .



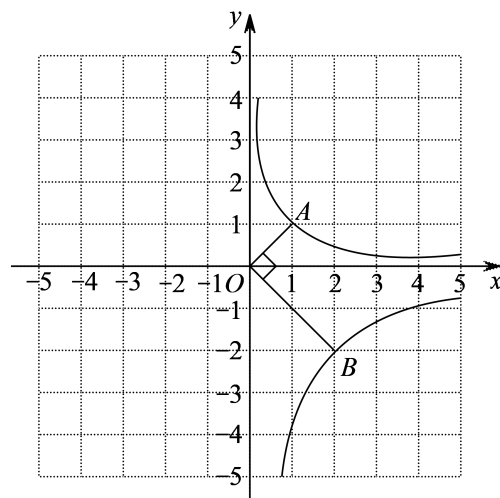
34. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 、 B 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，如果将矩形 $OCAD$ 的面积记为 S_1 ，矩形 $OEBF$ 的面积记为 S_2 ，那么 S_1 ， S_2 的关系是 () .



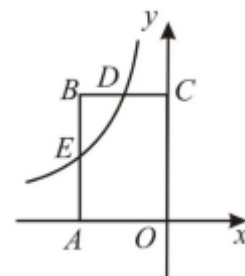
- A. $S_1 > S_2$ B. $S_1 = S_2$ C. $S_1 < S_2$ D. 不能确定
35. 在反比例函数 $y = \frac{9}{x}$ 的图象中，阴影部分的面积不等于9的是 () .



36. 已知点 A 、 B 分别在反比例函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ ， $y = -\frac{4}{x} (x > 0)$ 的图象上，且 $OA \perp OB$ ，则 $OA : OB$ 的值为 _____ .

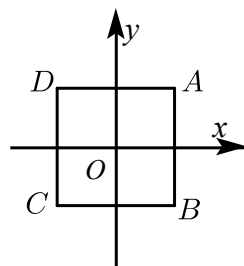


37. 如图，矩形 $OABC$ 的顶点 A ， C 分别在 x 轴和 y 轴上，若 $OA = 4$ ， $OC = 6$ ，写出一个函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ ，使它的图象与矩形 $OABC$ 的两边 AB ， BC 分别交于点 E ， D ，这个函数的表达式为 _____ .



38. 过反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 图象上任意一点向两条坐标轴作垂线，所得矩形的面积为 $6\sqrt{3}$ ，则 $k =$ _____ ；一个正比例函数的图象与此反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象交于 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 两点，则 $(x_2 - x_1)(y_2 - y_1) =$ _____ .

39. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 O 为正方形 $ABCD$ 对角线的交点，且正方形 $ABCD$ 的边均与某条坐标轴平行且垂直， $AB = 4$.

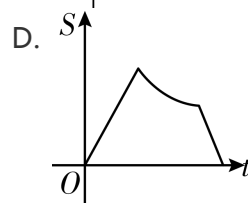
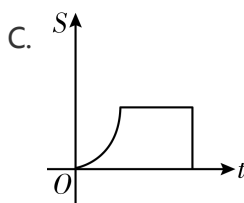
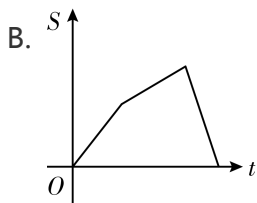
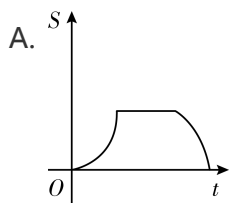
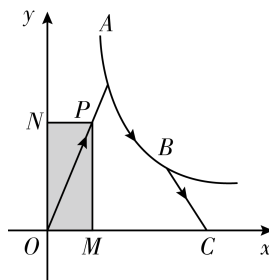


- (1) 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A ，求这个反比例函数的表达式 .
- (2) 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与正方形 $ABCD$ 有公共点，请直接写出 k 的取值范围 .

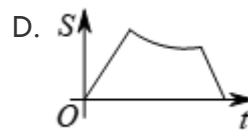
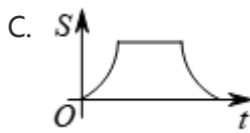
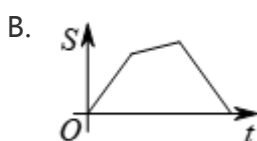
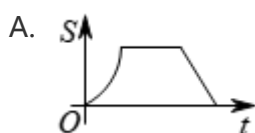
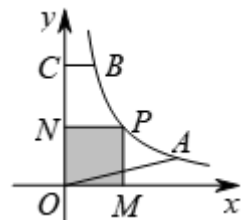
六、反比例函数综合问题

|| 动点与函数图象

40. 如图，已知 $A(1,2)$ ， $B(2,1)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 图象上的两点，点 C 的坐标为 $(3,0)$ ，连接 OA ， BC . 动点 P 从坐标原点 O 出发，沿 $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$ （图中“ $\rightarrow$ ”所示路线）匀速运动，终点为 C . 过 P 作 $PM \perp x$ 轴， $PN \perp y$ 轴，垂足分别为 M ， N . 设四边形 $OMPN$ 的面积为 S ， P 点的坐标为 (x,y) ，则 S 关于时间 t 的函数图象大致为（ ） .

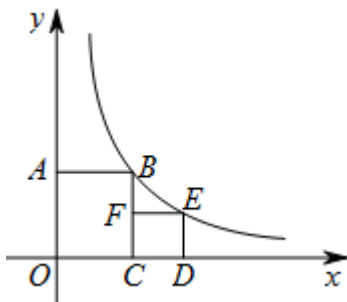


41. 如图，已知 A 、 B 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0) (x > 0)$ 上的两点， $BC \parallel x$ 轴，交 y 轴于 C ，动点 P 从坐标原点 O 出发，沿 $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$ 匀速运动，终点为 C ，过运动路线上任意一点 P 作 $PM \perp x$ 轴于 M ， $PN \perp y$ 轴于 N ，设四边形 $OMPN$ 的面积为 S ， P 点运动的时间为 t ，则 S 关于 t 的函数图象大致是（ ）。



反比例函数中探究规律

如图，正方形 $OABC$ ， $CDEF$ 的顶点 A 、 C 、 D 在坐标轴上，点 F 在 BC 上，点 B 、 E 在函数 $y = \frac{9}{x} (x > 0)$ 的图象上，则点 E 的坐标_____。



依题可知，点 $B(3, 3)$ ，

设小正方形 $CDEF$ 的边长为 x ，

则 $D(3 + x, 0)$ ， $E(3 + x, x)$ ，

点 E 在反比例函数 $y = \frac{9}{x}$ 的图象上，

故 $x(3 + x) = 9$ ，即 $x^2 + 3x - 9 = 0$ ，

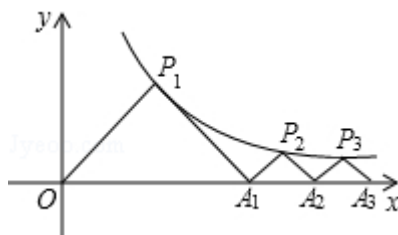
$x_1 = \frac{-3 + 3\sqrt{5}}{2}$ ， $x_2 = \frac{-3 - 3\sqrt{5}}{2}$ （舍），

即 $E(\frac{3 + 3\sqrt{5}}{2}, \frac{-3 + 3\sqrt{5}}{2})$ 。

如图, $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), \dots, P_n(x_n, y_n)$ 在函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 的图象上, $\triangle OP_1A_1, \triangle P_2A_1A_2, \triangle P_3A_2A_3, \dots, \triangle P_nA_{n-1}A_n$ 都是等腰直角三角形, 斜边 $OA_1, A_1A_2, \dots, A_{n-1}A_n$ 都在 x 轴上.

① A_1 的坐标为 _____, A_n 的坐标为 _____.

② $y_1 + y_2 + \dots + y_n =$ _____.



依题可知, $P_1(\sqrt{k}, \sqrt{k}), A_1(2\sqrt{k}, 0)$.

设 A_1 的横坐标为 a_1 , A_2 的横坐标为 a_2 , A_3 的横坐标为 $a_3 \dots, A_n$ 的横坐标为 a_n ,

P_2 的坐标为 $(\frac{a_1 + a_2}{2}, \frac{a_2 - a_1}{2})$,

则 $\frac{a_2 + a_1}{2} \times \frac{a_2 - a_1}{2} = \frac{a_2^2 - a_1^2}{4} = k, a_2^2 = a_1^2 + 4k = 8k, a_2 = 2\sqrt{2k} = \sqrt{2}a_1$.

P_3 的坐标为 $(\frac{a_2 + a_3}{2}, \frac{a_3 - a_2}{2})$,

则 $\frac{a_3 + a_2}{2} \times \frac{a_3 - a_2}{2} = \frac{a_3^2 - a_2^2}{4} = k, a_3^2 = a_2^2 + 4k = 12k, a_3 = 2\sqrt{3k} = \sqrt{3}a_1$.

以此类推, P_n 的坐标为 $(\frac{a_n + a_{n-1}}{2}, \frac{a_n - a_{n-1}}{2})$,

则 $\frac{a_n + a_{n-1}}{2} \times \frac{a_n - a_{n-1}}{2} = \frac{a_n^2 - a_{n-1}^2}{4} = k, a_n^2 = a_{n-1}^2 + 4k = 4nk,$

$a_n = 2\sqrt{nk} = \sqrt{n}a_1$.

$A_n(2\sqrt{nk}, 0), P_n(\sqrt{nk} + \sqrt{(n-1)k}, \sqrt{nk} - \sqrt{(n-1)k})$.

$y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n$

$= \frac{a_1}{2} + \frac{a_2 - a_1}{2} + \frac{a_3 - a_2}{2} + \dots + \frac{a_{n-1} - a_{n-2}}{2} + \frac{a_n - a_{n-1}}{2}$

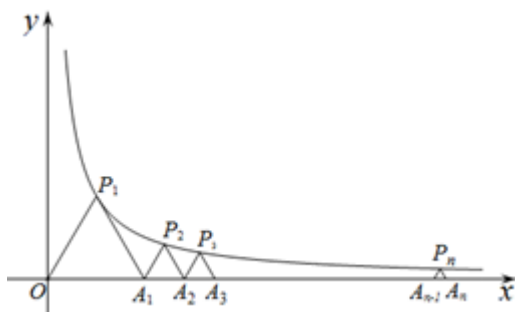
$= \frac{a_n}{2} = \sqrt{nk}.$



【总结】

点 A_n 的横坐标与 A_1 的横坐标之间存在的关系为: $a_n = \sqrt{n} \cdot a_1$.

如图, $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ 、 $\dots$ 、 $P_n(x_n, y_n)$ 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 的图象上, $\triangle OP_1A_1$, $\triangle P_2A_1A_2$, $\triangle P_3A_2A_3$, $\dots$, $\triangle P_nA_{n-1}A_n$ 都是等边三角形, 边 OA_1 , A_1A_2 , $\dots$, $A_{n-1}A_n$, 都在 x 轴上. A_1 的坐标为 _____, A_n 的坐标为 _____.



设 A_1 的横坐标为 a_1 , A_2 的横坐标为 a_2 , A_3 的横坐标为 a_3 $\dots\dots$, A_n 的横坐标为 a_n ,

$$P_1 \text{ 的坐标为 } \left(\frac{a_1}{2}, \frac{\sqrt{3}a_1}{2} \right), \frac{a_1}{2} \times \frac{\sqrt{3}a_1}{2} = \frac{\sqrt{3}a_1^2}{4} = k, \sqrt{3}a_1^2 = 4k,$$

$$P_2 \text{ 的坐标为 } \left(\frac{a_1 + a_2}{2}, \frac{\sqrt{3}(a_2 - a_1)}{2} \right), \frac{a_2 + a_1}{2} \times \frac{\sqrt{3}(a_2 - a_1)}{2} = \frac{\sqrt{3}(a_2^2 - a_1^2)}{4} = k,$$

$$\sqrt{3}(a_2^2 - a_1^2) = 4k, \sqrt{3}a_2^2 = 8k, a_2 = \sqrt{2} \cdot a_1,$$

$$P_3 \text{ 的坐标为 } \left(\frac{a_3 + a_2}{2}, \frac{\sqrt{3}(a_3 - a_2)}{2} \right), \frac{a_3 + a_2}{2} \times \frac{\sqrt{3}(a_3 - a_2)}{2} = \frac{\sqrt{3}(a_3^2 - a_2^2)}{4} = k,$$

$$\sqrt{3}(a_3^2 - a_2^2) = 4k, \sqrt{3}a_3^2 = 12k, a_3 = \sqrt{3} \cdot a_1,$$

$\dots\dots$

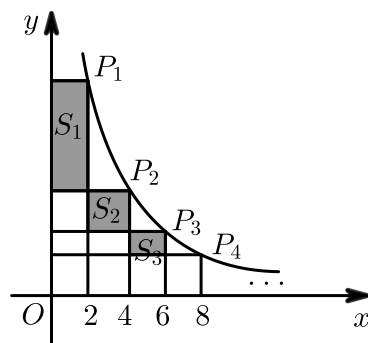
$$P_n \text{ 的坐标为 } \left(\frac{a_n + a_{n-1}}{2}, \frac{\sqrt{3}(a_n - a_{n-1})}{2} \right),$$

$$\frac{a_n + a_{n-1}}{2} \times \frac{\sqrt{3}(a_n - a_{n-1})}{2} = \frac{\sqrt{3}(a_n^2 - a_{n-1}^2)}{4} = k, \sqrt{3}(a_n^2 - a_{n-1}^2) = 4k, \sqrt{3}a_n^2 = 4nk$$

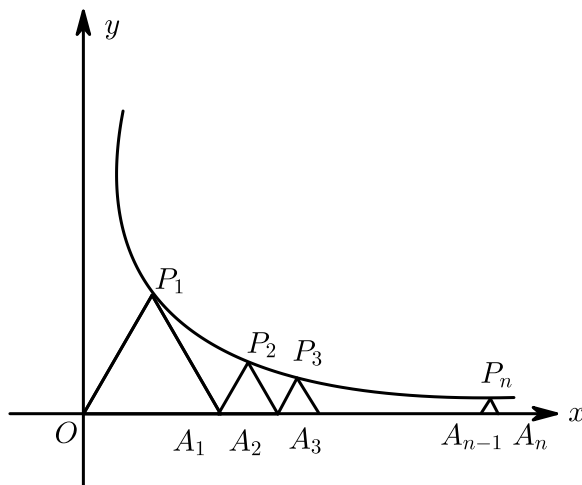
,

$$\text{故 } a_n^2 = na_1^2, a_n = \sqrt{n} \cdot a_1.$$

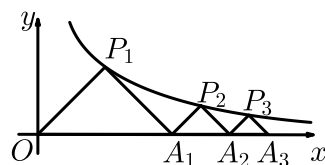
42. 如图所示，在函数 $y = \frac{8}{x} (x > 0)$ 的图像上有点 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n, P_{n+1}$ ，点 P_1 的横坐标为2，且后面每个点的横坐标与它前面相邻点的横坐标的差都是2，过点 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{n+1}$ 分别作 x 轴、 y 轴的垂线段，构成若干个矩形，如图所示，将图中阴影部分的面积从左至右依次记为 $S_1, S_2, \dots, S_n$ ，则 $S_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $S_n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（用含 n 的代数式表示）



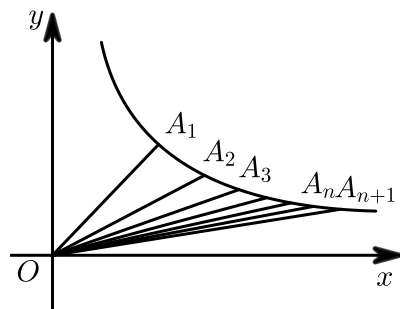
43. 如图， $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ (n 为正整数) 分别是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 在第一象限图象上的点， $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 分别为 x 轴上的点，且 $\triangle P_1OA_1, \triangle P_2A_1A_2, \triangle P_3A_2A_3, \dots, \triangle P_nA_{n-1}A_n$ 均为等边三角形。若点 A_1 的坐标为 $(2, 0)$ ，则点 A_2 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，点 A_n 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



44. 如图，点 $P_1(x_1, y_1)$ ，点 $P_2(x_2, y_2) \dots$ 点 $P_n(x_n, y_n)$ 都在函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上， $\triangle P_1OA_1$ ， $\triangle P_2A_1A_2$ ， $\triangle P_3A_2A_3 \dots \triangle P_nA_{n-1}A_n$ 都是等腰直角三角形，斜边 OA_1 ， A_1A_2 ， $A_2A_3 \dots A_{n-1}A_n$ ，都在 x 轴上 (n 是大于或等于2的正整数)，已知点 A_1 的坐标为 $(2, 0)$ ，则点 P_n 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。（用含 n 的式子表示）

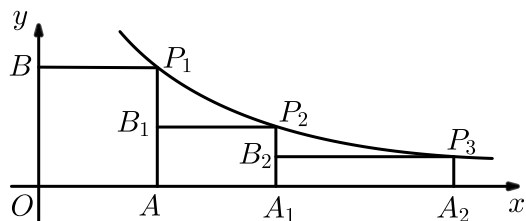


45. 如图，反比例函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 的图象与正比例函数 $y = x, y = \frac{1}{2}x, y = \frac{1}{3}x, \dots, y = \frac{1}{n}x, y = \frac{1}{n+1}x$ 的图象依次交于点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, A_{n+1}$ ，连接 $A_1A_2, A_2A_3, A_2A_4, \dots, A_nA_{n+1}$ ，记 $\triangle OA_1A_2, \triangle OA_2A_3, \triangle OA_3A_4, \dots, \triangle OA_nA_{n+1}$ 的面积分别为 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ 。

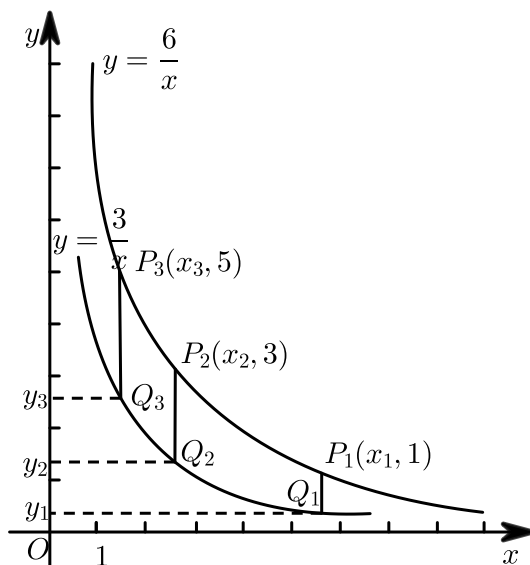


- (1) $S_8 = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (2) $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + \dots + S_n^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

46. 如图，平面直角坐标系中，边长为1的正方形 OAP_1B 的顶点 A, B 分别在 x 轴、 y 轴上，点 P_1 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上，过 P_1A 的中点 B_1 作矩形 $B_1AA_1P_2$ ，使顶点 P_2 落在反比例函数的图象上，再过 P_2A_1 的中点 B_2 作矩形 $B_2A_1A_2P_3$ ，使顶点 P_3 落在反比例函数的图象上，...，依此规律，作出矩形 $B_n - A_{n-2}A_{n-1}P_n$ 时，落在反比例函数图象上的顶点 P_n 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



47. 两个反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 、 $y = \frac{6}{x}$ 在第一象限内的图像如图所示，点 P_1 、 P_2 、 P_3 、……、 P_{2013} 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图像上，它们的横坐标分别是 x_1 、 x_2 、 x_3 、……、 x_{2013} ，纵坐标分别是 1、3、5、……共 2013 个连续奇数，过点 P_1 、 P_2 、 P_3 、…、 P_{2013} 分别作 y 轴的平行线，与函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象交点依次是 $Q_1(x_1, y_1)$ 、 $Q_2(x_2, y_2)$ 、 $Q_3(x_3, y_3)$ 、…、 $Q_{2013}(x_{2013}, y_{2013})$ ，则 $y_{2013} =$ _____ .



48. 如图，已知点 A_1 、 A_2 、…、 A_n 均在直线 $y = x - 1$ 上，点 B_1 、 B_2 、…、 B_n 均在双曲线 $y = -\frac{1}{x}$ 上，并且满足： $A_1B_1 \perp x$ 轴， $B_1A_2 \perp y$ 轴， $A_2B_2 \perp x$ 轴， $B_2A_3 \perp y$ 轴，…， $A_nB_n \perp x$ 轴， $B_nA_{n+1} \perp y$ 轴，…，记点 A_n 的横坐标为 a_n (n 为正整数)。若 $a_1 = -1$ ，则 $a_{2018} =$ _____ .

